

## I. La conjecture de Syracuse



Suite de Syracuse :

En mathématiques, on appelle **suite de Syracuse** une suite d'entiers naturels définie de la manière suivante :

- on part d'un nombre entier  $n$  strictement positif;
- s'il est pair, on le divise par 2;
- s'il est impair, on le multiplie par 3 et l'on ajoute 1.

En répétant l'opération, on obtient une suite d'entiers strictement positifs dont chacun ne dépend que de son prédécesseur.

Source : Wikipedia

Questions :

- Pour  $n = 10$ , on obtient  $10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \dots$  Que se passe-t-il ensuite?

.....  
.....

*On dit que le vol, avant d'atterrir à 1 a pour longueur 6 (c'est le nombre d'étapes) et pour hauteur 16 (c'est le maximum obtenu).*

- Étudiez les cas  $n = 28$  puis  $38$ . Précisez la longueur et la hauteur du vol dans chaque cas.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

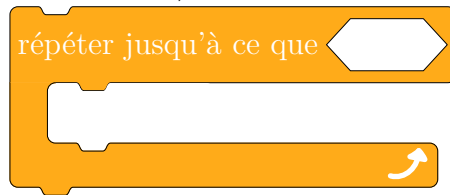
- Quelle conjecture pouvez vous émettre quant à la valeur d'atterrissage d'une suite de Syracuse?  
.....  
.....
- Prouvez cette conjecture.  
.....  
.....
- On admettra finalement la conjecture précédente, étant donné qu'à ce jour, malgré la simplicité de son énoncé, personne n'a encore réussi à la démontrer.

## II. Avec une boucle while

(Mo)

Pour modéliser une suite de Syracuse, il serait nécessaire de pouvoir automatiser le processus et de l'arrêter dès que l'on atteint 1, comme vous l'avez fait vous-même.

Pour ce faire, nous allons utiliser les boucles **while** (tant que), qui correspond au Scratch ci-dessous :



1. Testez les codes python suivant, et dans chaque cas indiquer le résultat obtenu ainsi qu'une explication du pourquoi.

a.

```

1 | k=1
2 | while k < 100:
3 |     print(k)
4 |     k=k*2

```

-----

-----

b.

```

1 | a = 0
2 | b = 100
3 | while a != b :
4 |     a = a + (b-a)//2
5 |     b -= 1
6 |     print(a, " et ", b)

```

-----

-----

-----

2. En vous inspirant de vos réponses précédentes, recopiez et complétez (sur ordinateur) les scripts ci-dessous en Python qui définissent les fonctions :

- `def syrac(n):` qui renvoie l'entier obtenu en transformant (une fois) l'entier passé en argument.
- `def long_vol(n):` qui renvoie la longueur du vol pour l'entier passé en argument.

```

1 | def syrac(n):
2 |     if n%2==0:
3 |         n=n//2
4 |     else:
5 |         n= ...
6 |     return n
7 |
8 | def long_vol(n):
9 |     long = 0
10 |    while n!=...:
11 |        n = syrac(n)
12 |        long = ...
13 |    return long

```

3. Exécuter ces fonctions pour vérifier leur cohérence avec les résultats précédemment établis.

-----  
-----

4. Appelez-moi pour vérifier.

5. Ajoutez et complétez le code ci-dessous afin de trouver la longueur maximale de vol, et la valeur de départ de la suite, pour un entier entre 1 et 10 000?

```
1 | vol_max=0
2 | long_max=0
3 | for i in range(..., ...):
4 |     longueur = long_vol(...)
5 |     if longueur ... :
6 |         long_max = longueur
7 |         vol_max = i
8 |
9 | print("maximum atteint pour : ", vol_max, " avec une longueur de : ", long_max)
```

6. Cherchez le maximum et appelez-moi pour vous féliciter.

-----  
-----

*Source : Adapté de Math'x*